

ĐỀ LUYỆN TẬP SỐ 10

Môn học: Đại số tuyến tính

Thời gian: 90 phút

Câu 1 : Tính  $\det(A)^{100}$ , với  $I$  là ma trận đơn vị cấp 3 và  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ .

Câu 2 : Trong không gian  $\mathbb{R}_3$  với tích vô hướng chính tắc cho hai không gian con  $F = \{(x_1, x_2, x_3) | x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$  và  $G = \langle (1, 0, 1), (3, -2, 1) \rangle$ .  
Tìm chiều và một cơ sở của  $(F \cap G)^\perp$ .

Câu 3 : Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$ , biết ma trận của ánh xạ tuyến tính trong cơ sở  $E = \{(1, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)\}$  là  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .  
Tìm  $m$  để vectơ  $(2, 1, m)$  là vectơ riêng của  $f$ .

Câu 4 : Tìm chiều và một cơ sở trực chuẩn của không gian nghiệm của hệ 
$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ 2x + 3y + 4z - t = 0 \\ 3x + 5y + 7z - 3t = 0 \\ 4x + 7y + 10z - 5t = 0 \end{cases}$$

Câu 5 : Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}_2 \rightarrow \mathbb{R}_2$ , biết  $f(1, 1) = (5, 1)$ ;  
 $f(1, -1) = (9, -1)$ .  
Tìm cơ sở của  $\mathbb{R}_2$  sao cho ma trận của  $f$  trong cơ sở đó là ma trận chéo  $D$ . Tìm  $D$ .

Câu 6 : Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}_3 \rightarrow \mathbb{R}_3$  thỏa  $\forall (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}_3 : f(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 + x_2 - x_3, 2x_1 - x_2 + 2x_3, x_1 - x_2 + 2x_3)$ .  
Tìm ma trận  $A$  của  $f$  trong cơ sở  $E = \{(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1)\}$ .

Câu 7 : Cho ma trận vuông cấp 2  $A = \begin{pmatrix} -11 & 6 \\ -20 & 11 \end{pmatrix}$ .  
Tìm ma trận  $B$  sao cho  $B^{2010} = A$ .

Câu 8 : Chứng minh rằng  $A$  là ma trận vuông cấp  $n$  khả nghịch khi và chỉ khi  $\lambda = 0$  không là trị riêng của  $A$ . Giả sử  $\lambda_0$  là trị riêng của ma trận  $A$ , chứng tỏ  $\frac{1}{\lambda_0}$  là trị riêng của  $A^{-1}$