

ĐỀ LUYỆN TẬP SỐ 6

Môn học: Đại số tuyến tính

Thời gian: 90 phút

Câu 1 : Tìm m để $\det(A)=2$ với $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ -3 & 0 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & m & 2 \end{bmatrix}$

Câu 2 : Trong không gian \mathbb{R}_4 với tích vô hướng chính tắc cho không gian con

$$F = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) | x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \ \& \ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \ \& \ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 0\}.$$

Tìm số chiều và cơ sở của F^\perp .

Câu 3 : Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, biết ma trận của f trong cơ sở

$$E = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\} \text{ là } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Tìm cơ sở và số chiều của $\text{Im}f$.

Câu 4 : Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, biết $f(1, 1, 1) = (1, -2, 5)$, $f(1, 1, 0) = (1, -2, 7)$,
 $f(1, 0, 1) = (1, 0, 1)$. Tìm ma trận của f trong cơ sở chính tắc.

Câu 5 : Đưa dạng toàn phương $f(x, x) = f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 3x_3^2 - 8x_1x_2 + 2x_1x_3 - 8x_2x_3$ về chính tắc bằng BIẾN ĐỔI TRỰC GIAO, nêu rõ phép biến đổi (biết ma trận của dạng toàn phương có trị riêng là 2, 8, -4).

Câu 6 : Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 6 & -12 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ -4 & 12 & 3 \end{bmatrix}$. Tìm trị riêng của ma trận $(5A)^{10}$.

Câu 7 : Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, biết $f(x) = f(x_1, x_2) = (3x_1 + x_2, 3x_1 + 5x_2)$. Tìm một cơ sở của \mathbb{R}_2 sao cho ma trận của f trong cơ sở đó là ma trận chéo D . Tìm D .

Câu 8 : Chứng tỏ rằng nếu λ là trị riêng của ma trận A cấp n , thì λ^k là trị riêng của A^k , với $\forall k \in \mathbb{N}$.

Giảng viên: TS Đặng Văn Vinh